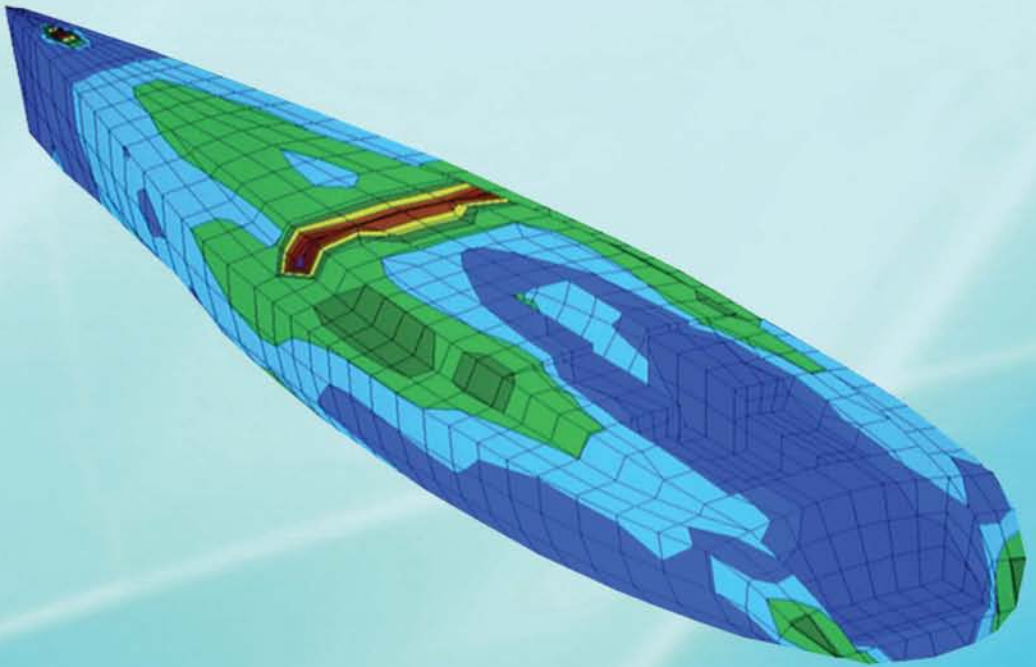


Jean-Marie Berthelot

Matériaux composites

5^e édition

Comportement mécanique et analyse des structures



Editions
TEC
& **DOC**

Lavoisier

Matériaux composites

Comportement mécanique
et analyse des structures

5^e édition

Jean-Marie Berthelot



www.editions.lavoisier.fr

Chez le même éditeur

Les isolants – Physique de la localisation des porteurs de charge et applications aux phénomènes d'endommagement

C. Bonnelle, G. Blaise, C. Le Gressus, D. Tréheux, 2010

Injection des polymères – Simulation, optimisation et conception

R. Deterre, P. Mousseau, A. Sarda, 2003

Introduction aux matériaux polymères

R. Deterre, G. Froyer, 1997

La mise en forme des matières plastiques

J.-F. Agassant, P. Avenas, J.-P. Sergent, B. Vergnes, M. Vincent, 3^e édition, 1996

Direction éditoriale : Emmanuel Leclerc

Édition : Élodie Lecoquerre

Fabrication : Estelle Perez

Couverture : IGS-CP

Mise en pages : Atelier SMB

Impression : Sepec, Péronnas

1^{re} édition, 1992

2^e édition, 1996

3^e édition, 1999

4^e édition, 2005

5^e édition, 2012

© 2012, Lavoisier, Paris

ISBN : 978-2-7430-1450-6

Avant-propos

Les matériaux composites sont des matériaux à très hautes performances mécaniques, qui peuvent être façonnés à volonté au gré du concepteur, de manière à obtenir les propriétés souhaitées en faisant un choix approprié des constituants. Ainsi, la possibilité de façonner à la carte les matériaux composites modifie considérablement l'approche conventionnelle du dimensionnement des structures habituellement utilisée pour les matériaux traditionnels. Les matériaux composites se développent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines et sont à l'origine de formidables challenges dans diverses réalisations de hautes technologies.

Le développement de l'utilisation des matériaux composites dans les structures nécessite de mettre en place les outils nécessaires à la modélisation du comportement mécanique des matériaux composites et à l'analyse des structures stratifiées ou sandwiches. L'objet de cet ouvrage est d'établir une synthèse du fondement de l'analyse du comportement mécanique et de la théorie des plaques stratifiées ou sandwiches, et d'en appliquer les développements aux problèmes de flexion, de flambement et de vibrations des structures en matériaux composites.

Le contenu et la progression de cet ouvrage ont été conçus avec pour objectifs principaux : (1) traiter le matériau composite comme un matériau traditionnel, (2) apporter à l'ingénieur les éléments nécessaires pour aborder tous les problèmes de dimensionnement des structures en matériaux stratifiés ou matériaux sandwiches dans le cadre des techniques de conception assistée par ordinateur, (3) avoir une progression des difficultés de manière à faciliter l'accès aux lecteurs moins familiers avec les outils de la mécanique des milieux déformables, (4) confronter en permanence la modélisation avec le comportement réel des matériaux ou des structures.

L'ouvrage est divisé en cinq parties. La première partie, *Les matériaux composites*, a pour objet de situer le contexte dans lequel se pose le problème de l'analyse mécanique des structures en matériaux stratifiés ou sandwiches. Le chapitre 1

introduit les matériaux composites d'une manière générale. Les constituants (matrice et fibres) sont étudiés dans le chapitre 2. Le chapitre 3 dégage les principes de différents processus de mise en œuvre des structures composites, l'architecture des stratifiés et des sandwichs étant ensuite analysée.

Pour aborder les développements de l'analyse mécanique des matériaux composites et des structures, il est nécessaire de posséder les éléments théoriques de la mécanique des milieux déformables. Nous avons choisi de faire une synthèse des éléments nécessaires dans la deuxième partie, *Éléments sur la mécanique des matériaux*, où sont développés les outils classiques : contraintes (chapitre 5), déformations (chapitre 6), schéma élastique (chapitre 7) et formulation d'un problème de la mécanique des solides déformables (chapitre 8).

La troisième partie, *Comportement mécanique des matériaux composites*, développe l'analyse du comportement mécanique local des composites. Le chapitre 9 traite du comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel : loi de comportement, estimation des modules, comparaison avec les résultats expérimentaux. Les composites à base de tissus sont des matériaux orthotropes dont le comportement élastique est étudié au chapitre 10. Les matériaux composites stratifiés sont constitués de couches successives dont les directions principales sont décalées d'une couche à l'autre. Le chapitre 11 analyse le comportement élastique d'une couche en dehors de ses axes principaux. Une partie du chapitre est consacrée à l'état dit de contraintes planes, état dont l'importance apparaîtra dans le cadre de la théorie des stratifiés. Enfin, le chapitre 12 aborde les mécanismes de rupture observés dans les matériaux composites et dégage les critères de rupture que le concepteur aura à sa disposition pour évaluer la résistance mécanique d'un stratifié.

La quatrième partie, *Comportement mécanique des stratifiés et des sandwichs*, développe les aspects fondamentaux des théories des plaques stratifiées et des plaques sandwichs. Les hypothèses générales des diverses théories sont d'abord introduites au chapitre 13. Puis, la théorie classique des stratifiés est développée au chapitre 14. L'étude de l'influence de l'empilement des couches (chapitre 15) permet d'appréhender les phénomènes de couplage entre comportement en membrane, en flexion et en torsion. La théorie classique des stratifiés permet également d'estimer le comportement élastique des couches à renfort tissu ou à renfort mat. Le chapitre 16 développe les relations fondamentales de la théorie classique des stratifiés, ainsi que la formulation énergétique. Les conditions aux frontières sont également analysées. La prise en compte du cisaillement transverse dans la théorie des stratifiés est ensuite développée dans le chapitre 17. Enfin, le chapitre 18 analyse la théorie des plaques sandwichs.

La cinquième partie, *Analyse du comportement mécanique des structures en matériaux composites*, traite des problèmes de flexion, flambement et vibrations des structures en matériaux composites. Les chapitres 19 et 20 traitent des problèmes de flexion pour lesquels la théorie des plaques peut être ramenée à une analyse à une dimension. Le premier type de problème concerne la flexion cylindrique (chapitre 19). Le second type de problème est celui de l'analyse du compor-

tement en flexion des poutres (chapitre 20). Le chapitre 21 s'intéresse ensuite à la flexion des plaques stratifiées orthotropes, pour lesquelles il n'existe ni couplage membrane-flexion/torsion, ni couplage flexion-torsion. Le chapitre 22 aborde la flexion de plaques constituées de stratifiés symétriques, croisés ou équilibrés et met en évidence la difficulté à trouver des solutions analytiques. Le chapitre 23 aborde l'étude du flambement des poutres et des plaques stratifiées ou sandwiches : relations fondamentales tenant compte du flambement, solutions analytiques. La détermination des fréquences propres de poutres et plaques stratifiées ou sandwiches est ensuite développée au chapitre 24. Les effets hygrothermiques sur le comportement des poutres et plaques stratifiées sont analysés dans le chapitre 25. Enfin, le dernier chapitre est consacré à l'analyse du prédimensionnement des structures stratifiées et sandwiches, faisant une synthèse des outils développés tout au long de l'ouvrage.

Finalemment, l'objectif de cet ouvrage est de fournir une approche fondamentale et unifiée du comportement mécanique des matériaux composites et des structures en matériaux composites. Les différentes parties ont été développées avec soin de manière à aboutir à une continuité du développement des concepts et des théories. Des exercices sont proposés au lecteur tout au long de l'ouvrage de manière à illustrer et appliquer les divers concepts introduits. L'auteur espère ainsi que le lecteur y trouvera l'ensemble des éléments nécessaires à une bonne compréhension du comportement mécanique des matériaux et structures composites.

Au fil de la lecture et de la compréhension de cet ouvrage, l'utilisateur appréhendera tout l'investissement que l'auteur a apporté à la réalisation de l'ouvrage. La connaissance scientifique de l'auteur dans le domaine abordé a été accumulée tout naturellement au cours du développement de ses activités de recherches et de son enseignement en troisième cycle. Cette édition est la cinquième édition de l'ouvrage français, une édition en langue anglaise *Composite Materials* ayant été réalisée par Springer, New York. Cette cinquième édition reprend les éléments de la quatrième édition, tout en l'agrémentant par une présentation en quadrichromie.

Le Mans, avril 2012

Jean-Marie Berthelot

Table des matières

Avant-propos	III
--------------------	-----

Première partie

Les matériaux composites

Chapitre 1

Généralités sur les matériaux composites

1. Matériaux composites	3
1.1. Définition	3
1.2. Caractéristiques générales	3
2. Classification des matériaux composites	5
2.1. Classification suivant la forme des constituants	5
2.1.1. Composites à fibres	5
2.1.2. Composites à particules	6
2.2. Classification suivant la nature des constituants	6
3. Pourquoi des matériaux composites ?	7
3.1. Caractéristiques mécaniques spécifiques	7
3.2. Caractéristiques mécaniques des matériaux	9
3.3. Les matériaux composites	10
4. Fractions volumiques et massiques	10
4.1. Introduction	10
4.2. Fractions volumiques	11
4.3. Fractions massiques	12
4.4. Relations entre fractions volumiques et massiques	12
4.5. Présence de porosités	14
Exercices	14

Chapitre 2

Les éléments constitutants d'un matériau composite

1. Introduction	15
2. Les résines	15
2.1. Les divers types de résines	15
2.2. Les résines thermodurcissables	16
2.2.1. Les résines polyesters	17
2.2.2. Les résines de condensation	18
2.2.3. Les résines époxydes	19
2.3. Les résines thermoplastiques	20
2.4. Les résines thermostables	20
3. Les charges et additifs	21
3.1. Introduction	21
3.2. Les charges	21
3.2.1. Charges renforçantes	21
3.2.2. Charges non renforçantes	22
3.3. Les additifs	23
3.3.1. Lubrifiants et agents de démoulage	24
3.3.2. Pigments et colorants	24
3.3.3. Agents anti-retrait et agents de fluage	24
3.3.4. Agents anti-ultraviolets	24
4. Les fibres et tissus	24
4.1. Généralités	24
4.2. Formes linéiques	25
4.3. Formes surfaciques	25
4.3.1. Les mats	25
4.3.2. Les tissus et rubans	26
4.4. Structures tissées multidirectionnelles	28
4.4.1. Tresses et préformes	28
4.4.2. Tissus multidirectionnels	28
5. Les principales fibres	28
5.1. Les fibres de verre	28
5.1.1. Généralités	28
5.1.2. Élaboration des fibres de verre	30
5.1.3. Ensimage des fibres de verre	31
5.1.4. Propriétés mécaniques des fibres de verre	32
5.1.5. Produits industriels en verre textile	33
5.2. Les fibres de carbone	38
5.2.1. Généralités	38
5.2.2. Élaboration des fibres de carbone	41
5.2.3. Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone	43
5.2.4. Produits industriels	44
5.3. Les fibres aramides à caractéristiques mécaniques élevées	44
5.3.1. Généralités	44
5.3.2. Caractéristiques	45
5.3.3. Utilisations industrielles	45

5.4. Les fibres céramiques	46
5.4.1. Généralités	46
5.4.2. Caractéristiques mécaniques et utilisation	46
5.4.3. Autres générations de fibres céramiques	47
5.5. Les fibres synthétiques thermostables	47
5.6. Autres fibres	48

Chapitre 3

Mise en œuvre et architecture des matériaux composites

1. Introduction	51
2. Mise en œuvre des matériaux composites	51
2.1. Moulages sans pression	51
2.1.1. Moulage au contact	52
2.1.2. Moulage par projection simultanée	52
2.2. Moulage sous vide	53
2.3. Moulage par compression	54
2.3.1. Moulage par injection de résine	54
2.3.2. Moulage par compression à froid	55
2.3.3. Moulage par compression à chaud	55
2.3.4. Moulage par injection	56
2.4. Moulage en continu	56
2.5. Moulage par pultrusion	58
2.6. Moulage par centrifugation	58
2.7. Moulage par enroulement filamentaire	59
2.7.1. Principe	59
2.7.2. Enroulement circonférentiel	60
2.7.3. Enroulement hélicoïdal	60
2.7.4. Enroulement polaire	61
2.7.5. Mandrins	61
2.7.6. Applications	62
3. Utilisation de demi-produits	63
3.1. Introduction	63
3.2. Préimprégnés	63
3.2.1. Principe	63
3.2.2. Élaboration	63
3.2.3. Intérêt des préimprégnés	64
3.2.4. Mise en œuvre	65
3.3. Les compounds de moulage	65
3.3.1. Généralités	65
3.3.2. Principe	65
3.3.3. Élaboration	66
3.3.4. Mise en œuvre	67
4. Architecture des matériaux composites	68

4.1. Introduction	68
4.2. Stratifiés	69
4.2.1. Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels	69
4.2.2. Structure générale d'un stratifié	74
4.3. Composites sandwichs	74
4.3.1. Généralités	74
4.4. Autres architectures	76
4.4.1. Plastiques renforcés	76
4.4.2. Composites volumiques	77
4.5. Conséquences sur l'étude du comportement mécanique des matériaux composites	77

Deuxième partie

Éléments sur la mécanique des matériaux

Chapitre 4

Éléments mathématiques

1. Changement de base	81
1.1. Expression générale	81
1.2. Expression dans le cas de la rotation autour d'un axe	82
2. Tenseur de rang deux	84
2.1. Introduction	84
2.2. Changement de base	84
2.3. Diagonalisation d'une matrice. Vecteurs propres et valeurs propres	85
2.4. Inverse d'une matrice symétrique d'ordre 3	86

Chapitre 5

Contraintes

1. État des contraintes dans un solide	87
1.1. Tenseur des contraintes	87
1.2. Force exercée en un point sur un élément de surface	88
2. Propriétés du tenseur des contraintes	89
2.1. Signification physique des composantes du tenseur	89
2.2. Composantes normale et tangentielle du vecteur contrainte	90
2.3. Directions principales. Contraintes principales	91
2.4. Changement de base	92
3. États particuliers de contraintes	93
3.1. Tenseur sphérique et déviateur des contraintes	93
3.2. Compression ou tension sphérique	93
3.3. Traction ou compression simple dans une direction	93

3.4. Cisaillement simple	94
3.5. État de contraintes planes	96
3.6. État de contraintes quelconque	97
4. Notation matricielle de l'ingénieur	97
4.1. Introduction de la notation	97
4.2. Changement de base	98
Exercices	99

Chapitre 6

Déformations

1. État des déformations en un point	101
1.1. Déformations en un point	101
1.2. Tenseur des déformations	103
1.3. Interprétation des termes du tenseur des déformations	104
1.4. Conditions de compatibilité	106
2. Déformation en un point	107
2.1. Allongement unitaire	107
2.2. Déformation en cisaillement	108
2.3. Tenseur des déformations dans les directions principales	109
2.4. Changement de base	110
3. États particuliers de déformations	111
3.1. Tenseur sphérique et déviateur des déformations	111
3.2. États particuliers	111
4. Notation matricielle de l'ingénieur	111
4.1. Introduction de la notation	111
4.2. Changement de base	112
Exercices	113

Chapitre 7

Schéma élastique

1. Schéma d'élasticité linéaire	117
1.1. Introduction	117
1.2. Matrice de rigidité	117
1.3. Matrice de flexibilité ou souplesse	118
1.4. Changement de base	118
1.5. Matériaux anisotropes	119
1.5.1. Introduction	119
1.5.2. Matériau monoclinique	119
1.5.3. Matériau orthotrope	120
1.5.4. Matériau unidirectionnel	120
2. Matériaux isotropes	121
2.1. Relations d'élasticité	121
2.2. Modules d'élasticité	123
2.2.1. Essais de traction ou compression simple	123

2.2.2. Essai de cisaillement simple	124
2.2.3. Essai de compression ou tension sphérique	124
2.3. Relations entre les coefficients d'élasticité	125
2.4. Expressions des matrices de rigidité et de souplesse	125
Exercices	126

Chapitre 8

Résolution d'un problème de mécanique des solides déformables

1. Relation fondamentale pour un milieu continu	127
2. Problème de la mécanique des solides déformables	129
2.1. Énoncé du problème	129
2.2. Équations en coordonnées cartésiennes	131
2.3. Équations en coordonnées cylindriques	133
3. Théorèmes de l'énergie	135
3.1. Variation d'une fonctionnelle	135
3.2. Théorème des travaux virtuels	136
3.3. Dynamique des solides	139
4. Méthodes variationnelles	140
4.1. Principe	140
4.2. Convergence	141

Troisième partie

Comportement mécanique des matériaux composites

Chapitre 9

Comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel

1. Modules effectifs	145
1.1. Concept d'homogénéisation	145
1.2. Modules homogénéisés	146
2. Loi de Hooke pour un composite unidirectionnel	147
2.1. Constitution d'un matériau composite unidirectionnel	147
2.2. Matrices de rigidité et de souplesse	148
3. Modules de l'ingénieur	149
3.1. Traction longitudinale	149
3.2. Traction transverse	150
3.3. Cisaillement longitudinal	151
3.4. Cisaillement transverse	152
3.5. Compression hydrostatique latérale	152
3.6. Modules en fonction des constantes de rigidité et de souplesse	154
3.7. Constantes de rigidité et de souplesse en fonction des modules	155
3.8. Restrictions sur les modules	156

4. Approches théoriques de la détermination des modules d'élasticité	156
4.1. Problème – Diverses approches	156
4.2. Bornes sur les modules d'élasticité	159
4.3. Solutions exactes	160
4.3.1. Introduction	160
4.3.2. Problème préalable : cylindre soumis à une traction uniforme	161
4.3.3. Fibre entourée d'un cylindre de matrice dans le cas d'une traction	162
4.3.4. Autres modules	166
4.3.5. Modèle pour la détermination du module de cisaillement transverse	167
4.4. Approches simplifiées	168
4.4.1. Module d'Young longitudinal	168
4.4.2. Module d'Young transverse	169
4.4.3. Coefficient de Poisson longitudinal	172
4.4.4. Module de cisaillement longitudinal	173
4.5. Équations d'Halpin-Tsai	174
5. Valeurs numériques des modules	175
5.1. Valeurs expérimentales des modules	175
5.2. Comparaison entre valeurs expérimentales et calculées des modules	177
5.3. Conclusions	179
Exercices	179

Chapitre 10

Comportement élastique d'un matériau composite orthotrope

1. Loi de Hooke pour un composite orthotrope	183
1.1. Composite orthotrope	183
1.2. Matrices de rigidité et de souplesse	184
2. Modules de l'ingénieur	185
2.1. Traction dans le sens chaîne	185
2.2. Traction dans le sens trame	186
2.3. Traction transversale	186
2.4. Relation entre modules d'Young et coefficients de Poisson	187
2.5. Essais de cisaillement	187
2.6. Conclusion	188
3. Constantes de rigidité et de souplesse en fonction des modules de l'ingénieur	188
3.1. Constantes de souplesse	188
3.2. Constantes de rigidité	189
3.3. Restriction sur les coefficients d'élasticité	189
Exercices	191

Chapitre 11

Matériau composite en dehors de ses axes principaux

1. Relations d'élasticité dans un système d'axes quelconque	193
1.1. Introduction	193
1.2. Matrices de rigidité et de souplesse	194
1.3. Autres expressions des matrices de rigidité	198
2. Modules d'élasticité	200
2.1. Expression des modules hors axes	200
2.1.1. Essai de traction	200
2.1.2. Essai de cisaillement dans le plan de la couche	202
2.1.3. Essai de cisaillement transverse	203
2.2. Variations des modules d'élasticité d'un composite unidirectionnel	205
3. État de contraintes planes	206
3.1. Introduction	206
3.2. État de contraintes à deux dimensions	206
3.3. Équations d'élasticité pour un état de contraintes planes	210
3.4. Matrice de rigidité réduite dans les axes principaux	213
3.5. Relations entre les constantes de rigidité réduites hors axes et dans les axes principaux	215
3.6. Conclusions	216
3.7. Exemple d'application	216
4. Détermination expérimentale des modules	219
4.1. Introduction	219
4.2. Traction longitudinale	219
4.3. Traction transverse	220
4.4. Traction hors axes	221
4.5. Réalisations pratiques des essais de traction	222
Exercices	223

Chapitre 12

Mécanismes de rupture et endommagement des matériaux composites

1. Mécanismes de rupture dans les matériaux composites	225
1.1. Introduction	225
1.2. Les divers mécanismes de rupture dans un composite unidirectionnel	225
1.3. Composite unidirectionnel soumis à une traction longitudinale	228
1.4. Composite unidirectionnel soumis à une traction transverse	232
1.5. Rupture des stratifiés	233
1.6. Observation des mécanismes de rupture	237
1.6.1. Observation par microscopie	237
1.6.2. Visualisation par radiographie	238
1.6.3. Analyse par émission acoustique	240

2. Critères de rupture	241
2.1. Introduction	241
2.2. Critères en contraintes maximales	242
2.2.1. Critères dans les axes principaux	242
2.2.2. Ordres de grandeurs des contraintes à la rupture	243
2.2.3. Critères de rupture en dehors des axes des matériaux	245
2.2.4. Traction ou compression en dehors des axes des matériaux	246
2.3. Critères en déformations maximales	247
2.3.1. Critère dans les axes des matériaux	247
2.3.2. Traction ou compression en dehors des axes des matériaux	248
2.3.3. Comparaison entre les critères en contraintes et en déformations maximales	250
2.4. Critères interactifs	252
2.4.1. Introduction	252
2.4.2. Critère de Hill	252
2.4.3. Critère de Tsai-Hill	254
2.4.4. Critère de Hoffman	254
2.4.5. Théorie générale de Tsai-Wu	256
Exercices	260

Quatrième partie

Comportement mécanique des stratifiés et des sandwichs

Chapitre 13

Généralités sur la théorie des stratifiés

1. Introduction	263
1.1. Architecture	263
1.2. Notations et objectif	264
2. Champ des déplacements	265
2.1. Expressions générales	265
2.2. Déformation d'une normale	265
2.3. Schémas du premier degré	266
3. Champ des déformations	268
3.1. Expressions générales	268
3.2. Schéma du premier degré	269
4. Champ des contraintes	269
4.1. Expression générale	269
4.2. Simplification dans le cadre de la théorie des plaques	270
5. Résultantes et moments	271
5.1. Résultantes en membrane	271
5.2. Résultantes en cisaillement	273
5.3. Moments de flexion et de torsion	273
6. Relations fondamentales des plaques dans le cas d'un schéma du premier degré	274

6.1. Relations fondamentales de la mécanique des matériaux	274
6.2. Relations fondamentales relatives aux résultantes en membrane . . .	275
6.3. Relation fondamentale relative aux résultantes de cisaillement	277
6.4. Relations fondamentales relatives aux moments	278
6.5. Résumé des relations fondamentales	279
6.6. Problèmes de statique.	281
Exercices.	282

Chapitre 14

Théorie classique des stratifiés

1. Champ des déformations	283
1.1. Hypothèses de la théorie classique des stratifiés	283
1.2. Expression du champ des déformations	284
2. Champ des contraintes	287
2.1. Forme du champ des contraintes	287
2.2. Expression des contraintes	287
3. Expression des résultantes et moments	288
3.1. Résultantes en membrane	288
3.2. Moments de flexion et de torsion	289
4. Équation du comportement mécanique d'un stratifié.	290
4.1. Équation constitutive	290
4.2. Matrice de rigidité.	291
4.3. Exemples	291
4.3.1. Exemple 1	291
4.3.2. Exemple 2	294
4.3.3. Exemple 3	296
5. Détermination des déformations et des contraintes	297
5.1. Problème à résoudre.	297
5.2. Déformations en membrane et courbures	297
5.3. Champ des déformations	298
5.4. Champ des contraintes	299
5.5. Exemple	300
Exercices.	305

Chapitre 15

Influence de l'empilement des couches Étude des matériaux à renfort tissu

1. Influence de l'empilement des couches	307
1.1. Cas d'une couche.	307
1.1.1. Couche isotrope	307
1.1.2. Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux	308
1.1.3. Couche orthotrope non rapportée à ses axes.	309
1.2. Stratifiés symétriques	311
1.2.1. Cas général	311

1.2.2. Stratifiés symétriques dont les axes des matériaux de toutes les couches coïncident avec les axes du stratifié	312
1.3. Stratifiés antisymétriques	313
1.4. Stratifiés croisés	315
1.4.1. Cas général	315
1.4.2. Cas particuliers pratiques	318
1.4.3. Stratifiés croisés symétriques	318
1.4.4. Stratifiés croisés antisymétriques	319
1.5. Stratifiés équilibrés et stratifiés alternés	322
1.5.1. Cas général	322
1.5.2. Stratifiés particuliers	322
1.6. Stratifiés à couches isotropes	324
1.7. Stratifié quelconque	325
2. Étude des matériaux à renfort tissu	327
2.1. Introduction	327
2.2. Caractérisation d'un renfort tissu	327
2.3. Analogie stratifié	329
2.4. Modules du comportement en membrane d'une couche à renfort tissu	331
2.5. Expressions des modules en membrane d'une couche à renfort tissu	333
2.6. Applications numériques	335
2.7. Couche à renfort mat	336
2.8. Stratifié constitué de couches à renfort tissu et à renfort mat	338
Exercices	340

Chapitre 16

Relations fondamentales et formulation énergétique de la théorie classique des stratifiés

1. Relations fondamentales	343
1.1. Relations générales	343
1.2. Stratifié symétrique	344
1.3. Stratifié croisé antisymétrique	345
1.4. Expressions des résultantes et moments	346
1.5. Expression des contraintes	347
2. Conditions aux frontières	348
2.1. Généralités	348
2.2. Appui simple	349
2.3. Encastrement	350
2.4. Bord libre	351
3. Formulation énergétique de la théorie des stratifiés	351
3.1. Introduction	351
3.2. Énergie de déformation d'un stratifié	352
3.3. Énergie cinétique d'un stratifié	354
3.4. Travail des actions exercées sur le stratifié	355

Chapitre 17

Prise en compte du cisaillement transverse dans la théorie des stratifiés

1. Limitation de la théorie des stratifiés	357
2. Champs des déformations et des contraintes	357
2.1. Champ des déplacements	357
2.2. Champ des déformations	358
2.3. Champ des contraintes	361
3. Relations fondamentales du comportement d'un stratifié, tenant compte du cisaillement transverse	362
3.1. Équation constitutive	362
3.2. Relations fondamentales	364
3.3. Conditions aux frontières	366
3.4. Contraintes dans les couches	367
4. Théorie modifiée des stratifiés avec cisaillement transverse	369
4.1. Hypothèses de la théorie stratifiée	369
4.2. Évaluation des facteurs de correction en cisaillement dans le cas d'une plaque orthotrope	370
4.3. Évaluation des facteurs de correction en cisaillement dans le cas d'une plaque stratifiée	373
4.3.1. Contraintes de cisaillement	373
4.3.2. Flexions cylindriques	374
4.3.3. Intégration dans l'épaisseur du stratifié	376
4.3.4. Estimation des facteurs de correction en cisaillement	378
5. Conclusions sur les théories des stratifiés avec cisaillement transverse	379
Exercices	380

Chapitre 18

Théorie des plaques sandwiches

1. Introduction	381
2. Champs des déformations et des contraintes	381
2.1. Hypothèses de la théorie des sandwiches	381
2.2. Champ des déplacements	382
2.3. Champ des déformations	383
2.4. Champ des contraintes	384
3. Relations fondamentales des plaques sandwiches	385
3.1. Équation constitutive	385
3.2. Relations fondamentales	387
4. Sandwiches à peaux épaisses	388
Exercices	390

Cinquième partie

Analyse du comportement mécanique des structures en matériaux composites

Chapitre 19

Flexion cylindrique

1. Introduction	393
2. Théorie classique des stratifiés	393
2.1. Équations	393
2.2. Charge uniforme	395
2.3. Charge sinusoïdale	399
3. Prise en compte du cisaillement transverse	399
3.1. Stratifié orthotrope	399
3.2. Stratifié équilibré	402
4. Recherche d'une solution exacte	404
5. Comparaison entre les diverses théories	408
6. Flexion cylindrique des plaques sandwiches	411
Exercices	416

Chapitre 20

Flexion des poutres

1. Introduction	417
2. Théorie classique des stratifiés	418
2.1. Expressions générales	418
2.2. Flexion 3-points	422
2.3. Flexion 4-points	427
3. Prise en compte du cisaillement transverse	430
3.1. Équations générales	430
3.2. Flexion 3-points	433
3.3. Flexion 4-points	437
4. Flexion des poutres sandwiches	439
4.1. Expressions générales	439
4.2. Comparaison entre la théorie des sandwiches et la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse	441
4.2.1. Coefficients de rigidité	441
4.2.2. Flèche	444
4.2.3. Distribution des contraintes	444
Exercices	447

Chapitre 21

Flexion des plaques stratifiées orthotropes

1. Introduction	449
2. Plaques rectangulaires en appuis simples	450

2.1. Expressions générales	450
2.2. Cas d'une charge uniforme.	452
2.2.1. Expressions littérales	452
2.2.2. Exemple.	454
2.3. Cas d'une charge distribuée sur un rectangle	459
3. Plaques rectangulaires en appuis simples sur deux côtés	460
3.1. Cas d'une charge quelconque	460
3.2. Cas d'une charge uniforme.	463
4. Plaques rectangulaires soumises à diverses conditions sur les côtés	465
5. Plaques rectangulaires encastées	469
5.1. Introduction.	469
5.2. Solution approchée par des fonctions polynomiales	469
5.3. Solution approchée par des fonctions poutres	471
5.4. Comparaison entre les solutions approchées	474
6. Plaques sandwiches en appuis simples	479
Exercices.	483

Chapitre 22

Flexion de plaques constituées de stratifiés symétriques, croisés, équilibrés

1. Plaques stratifiées symétriques	485
1.1. Expressions générales	485
1.2. Plaques stratifiées symétriques en appuis simples	487
1.3. Plaques stratifiées symétriques encastées	488
2. Plaques rectangulaires croisées	490
2.1. Expressions générales	490
2.2. Influence des modules	493
2.3. Influence du rapport longueur sur largeur	494
3. Plaques rectangulaires équilibrées	496
Exercices.	501

Chapitre 23

Flambement des poutres et des plaques stratifiées et sandwiches

1. Relations fondamentales tenant compte du flambement.	503
1.1. Introduction.	503
1.2. Équations des plaques tenant compte du flambement	504
1.3. Équations de la théorie classique des stratifiés tenant compte de la déformation latérale	507
1.4. Formulation énergétique du problème de flambement	509
1.5. Équations de la théorie avec cisaillement transverse tenant compte de la déformation latérale	511
1.6. Équations de la théorie des sandwiches tenant compte de la déformation latérale	511

2. Flambement suivant une flexion cylindrique	512
2.1. Théorie classique des stratifiés	512
2.2. Prise en compte du cisaillement transverse	514
2.3. Flambement d'une plaque sandwich	516
3. Flambement des poutres	517
3.1. Équation du flambement	517
3.2. Poutre en appuis simples	518
3.3. Poutre encastree	519
3.4. Autres conditions d'appuis	520
3.5. Prise en compte du cisaillement transverse	521
3.6. Flambement d'une poutre sandwich	521
4. Flambement de plaques orthotropes soumises à une compression biaxiale	522
4.1. Expressions générales	522
4.2. Compression uniaxiale	524
4.3. Plaque carrée soumise à une compression biaxiale	525
5. Flambement de plaques orthotropes soumises à des conditions quelconques	526
5.1. Expressions générales	526
5.2. Plaques orthotropes encastrees soumises à un cisaillement uniforme	528
Exercices	530

Chapitre 24

Vibration des poutres et des plaques stratifiées et sandwiches

1. Introduction	533
2. Flexion cylindrique	534
2.1. Théorie classique des stratifiés	534
2.2. Prise en compte du cisaillement transverse	536
2.3. Vibrations de plaques sandwiches	538
3. Vibration des poutres	539
3.1. Équation générale	539
3.2. Poutre en appuis simples	540
3.3. Poutre encastree	541
3.4. Poutre encastree à une extrémité et en appui simple à l'autre	542
3.5. Poutre encastree à une extrémité, l'autre étant libre	544
3.6. Poutre ayant ses deux extrémités libres	546
4. Vibrations de plaques orthotropes rectangulaires en appuis simples	547
5. Vibrations de plaques orthotropes avec diverses conditions sur les côtés	551
5.1. Expressions générales	551
5.2. Approximation de Rayleigh	552
5.3. Approximation à deux termes	553
5.4. Plaque orthotrope dont les côtés sont encastres ou en appuis simples	554

6. Vibrations de plaques stratifiées symétriques.	558
6.1. Expressions générales	558
6.2. Plaque symétrique dont les côtés sont encastrés ou libres.	559
7. Vibrations de plaques stratifiées non symétriques.	563
7.1. Plaque constituée d'un stratifié croisé antisymétrique.	563
7.2. Plaque constituée d'un stratifié équilibré	566
Exercices.	568

Chapitre 25

Influence des phénomènes de dilatation sur le comportement mécanique des stratifiés

1. Introduction	571
2. Équations du comportement des matériaux composites tenant compte des phénomènes de dilatation.	571
2.1. Relations d'élasticité dans les axes des matériaux	571
2.2. Relations d'élasticité en dehors des axes.	574
3. Équations du comportement d'un stratifié.	575
3.1. Équation constitutive	575
3.2. Exemples	577
3.2.1. Calcul des contraintes d'origine thermique	577
3.2.2. Dilatation thermique d'un stratifié équilibré symétrique	580
3.3. Relations fondamentales	583
3.4. Énergie de déformation	585
4. Comportement de plaques rectangulaires	586
4.1. Plaque rectangulaire constituée d'un stratifié symétrique	586
4.2. Plaque rectangulaire constituée d'un stratifié antisymétrique équilibré.	588
5. Effets thermiques	590
Exercices.	593

Chapitre 26

Prédimensionnement des structures composites et sandwiches

1. Problème du dimensionnement	595
2. Éléments de base des structures en composites	596
2.1. Poutres simples	596
2.1.1. Plan de stratification orthogonal au chargement	596
2.1.2. Plan de stratification dans le plan du chargement	598
2.2. Profilés	600
2.3. Poutres sandwiches.	603
2.4. Plaques.	604
3. Détermination des grandeurs du comportement mécanique	604
3.1. Modules	604
3.2. Caractéristiques à la rupture	604

4. Analyse des structures par la méthode des éléments finis.	607
4.1. Introduction.	607
4.2. Méthode des éléments finis	609
4.3. Validation.	611
5. Exemples de prédimensionnements	612
5.1. Prédimensionnement de la coque d'un voilier	612
5.1.1. Introduction	612
5.1.2. Matériaux	613
5.1.3. Détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux	613
5.1.4. Validation du modèle du comportement mécanique des matériaux	614
5.1.5. Prédimensionnement	616
5.2. Prédimensionnement d'un capot d'automobile	616
5.2.1. Matériau	618
5.2.2. Détermination des caractéristiques mécaniques du matériau	618
5.2.3. Modélisation du comportement mécanique	619
5.2.4. Première étape du dimensionnement.	621
5.3. Conclusions sur le prédimensionnement	624
 Annexe A – Fonction polynomiale d'une poutre ayant ses deux extrémités encastées	 625
 Annexe B – Fonction caractéristique d'une poutre ayant ses deux extrémités encastées	 628
 Références bibliographiques.	 631
 Index	 633

Véritable ouvrage de référence, **MATÉRIAUX COMPOSITES** apporte l'ensemble des concepts théoriques et pratiques nécessaires à la compréhension du comportement mécanique des matériaux et structures composites. Ainsi, il permet d'établir une synthèse de l'analyse du comportement mécanique et de la théorie des plaques stratifiées ou sandwiches, et d'en appliquer les développements à la résolution des problèmes de flexion, de flambement et de vibrations.

Composé de cinq parties, ce traité repose sur une approche fondamentale et unifiée aboutissant à une continuité des concepts et des théories. Illustrée de nombreux exercices d'application des concepts introduits, cette cinquième édition entièrement en couleurs a été actualisée et des commentaires ont été ajoutés afin de mettre en évidence la progression du traité.

Après une présentation de la constitution puis de la mise en œuvre des matériaux composites, l'ouvrage développe progressivement les outils nécessaires pour modéliser le comportement mécanique des structures en matériaux composites stratifiés et sandwiches. Il aborde ensuite les problèmes de dimensionnement des structures, montrant comment les outils introduits permettent de modéliser le comportement mécanique des structures en matériaux composites.

Le contenu et la progression de **MATÉRIAUX COMPOSITES** ont été conçus avec pour objectifs principaux :

- traiter le matériau composite comme un matériau traditionnel ;
- intégrer l'apport des techniques numériques dans la résolution des problèmes de dimensionnement des structures ;
- aborder les difficultés de manière progressive afin de faciliter l'accès du lecteur aux divers concepts introduits ;
- confronter la modélisation avec le comportement réel des matériaux et des structures.

Complet et didactique, cet ouvrage s'adresse aux étudiants de 2^e et 3^e cycles, aux ingénieurs, aux chercheurs ainsi qu'aux techniciens supérieurs.

Professeur émérite à l'Institut supérieur des matériaux et mécaniques avancés du Mans (ISMANS), Jean-Marie Berthelot exerce ses compétences dans les domaines de la mécanique des solides, de la mécanique des matériaux et des matériaux composites. Spécialiste reconnu au niveau international, ses nombreux travaux dans le domaine du comportement mécanique des matériaux composites font l'objet de publications régulières dans des congrès et des journaux scientifiques de premier ordre. Il est régulièrement consulté au niveau international en tant qu'expert dans les domaines des matériaux composites.

Coque de voilier en matériau sandwich, répartition des contraintes lors du haubanage du mât (Illustration J.-M. Berthelot).

www.editions.lavoisier.fr

